

ЗАСТОСУВАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО АПАРАТУ РІВНЯНЬ МАКСВЕЛА ПРИ ДОСЛІДЖЕННІ РОЗСІЯНОГО ЛАЗЕРНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ

*Богомолів М.Ф., к.т.н, доцент; Дзюбенко Н.В,
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут», м. Київ, Україна*

На сьогоднішній день дуже важливим є вивчення процесів взаємодії лазерного випромінювання з біологічними об'єктами. Оскільки за отриманими характеристиками розсіювання можна об'єктивно оцінити форму еритроцитів, а, відповідно, зробити висновки про стан здоров'я пацієнта.

Найбільш актуальними сучасними методами математичного моделювання є напіваналітичні (метод Т-матриці) і чисельні (методи граничного елемента, кінцевого елемента, кінцевої різниці, або методи цілочисельних рівнянь поверхні і об'єму). Оскільки аналітичні методи мають недолік введення різних обмежень на розмір, форму або показник заломлення розсіювача, то застосування чисельних та напіваналітичних методів може вирішити проблему однократного розсіювання без істотних обмежень[1].

Одним з універсальних і ефективних методів точного розрахунку електромагнітного розсіювання, який базується на макроскопічних рівняннях Максвелла є так званий Т-матричний метод. Цей метод може застосовуватись як для обчислення параметрів однієї частинки, так і груп частинок[1].

Метод Т-матриці був розроблений Вотерменом та Барбером. Величини падаючого і розсіяного поля, як і поверхневих і внутрішніх полів, внесених в об'єкт розсіювання, розширені в нескінченні ряди, що використовують базові функції. Для сфероїдальної частинки розсіювання, подібної RBC, відповідні базові функції – сферичні вектори хвиль. Коефіцієнти розширення розсіяного поля обчислені з відомих коефіцієнтів розширення падаючого поля, використовуючи теорему еквівалентності і інтегральне представлення полів, внутрішніх і зовнішніх щодо розсіювача [2].

Матриця, яка зв'язує коефіцієнти розширення падаючої хвилі з коефіцієнтами розширення розсіяної хвилі, називається Т-матрицею. Ясно, що метод Т-матриці дає точний розв'язок проблеми розсіювання світла частинкою у формі нескінченних рядів[3]. Таким чином, потрібно повторно застосувати чисельний метод, щоб обчислити амплітуду розсіювання і профіль розсіювання частинки. Максимальне число умов в розширенні залежить від форми, розміру і показника заломлення розсіювача. Для сфер з розміром порядку довжини хвилі падаючого випромінювання і показником заломлення близьким до одиниці число умов розширення порівняно мале [4].

Для RBC, який є двогнутим диском з розміром більшим в 10 разів,

ніж довжина хвилі падаючого світла у видимому і близькому інфрачервоному спектральному діапазоні, число необхідних умов розширення набагато більше. Для RBC великі матриці потрібно обчислити з високою точністю, і важлива перевірка сходження[4].

Перше теоретичне вивчення розсіювання світла еритроцитом, що використовує підхід T-матриці, публіковане в 1998[5].

Головна ідея T-матричної теорії це розширення випадкових і поверхневих електричних полів, як внутрішнього і розсіяного полів в термінах відповідної сукупності векторних хвиль. Використовуючи складені зображення полів, отримуємо відношення між коефіцієнтами розповсюдження для випадкових і розсіяних полів. Електричні поля, з довжиною хвилі в середовищі λ , повинні задовольняти рівняння Максвелла, представлені у векторному рівнянні Гельмгольца:

$$\nabla \times \nabla \times E - k^2 E = 0$$

Елементи T-матриці обчислюються поверхневими інтегралами. Коли об'єкт розсіювання симетричний осі сфероїда, поверхневі інтеграли можуть бути спрощені до просторових лінійних інтегралів, спрощуючи подальші обчислення. У разі сферичних об'єктів діагональ і елементи T-матриці можуть бути обчислені аналітично[6].

В результаті отримуємо T-матрицю нескінченного розміру і, застосовуючи практичні обчислення, скорочуємо нескінченний ряд. Потрібно розглядати наближені параметри для досягнення правильного рішення в межах необхідної точності. Обчислення T-матриці для великих об'єктів вимагають дуже точних обчислень елементів матриці, так само як великих матриць. Початкові маленькі числові помилки можуть дати інший результат з явними помилками в завершальній T-матриці. Застосування одиничної точності в обчисленнях T-матриці приводить до високої точності для маленьких (в порівнянні з довжиною хвилі) і слабо асферичних сфероїдів розмірами $x < 25$ і осьовими відношеннями близькими до одиниці.

В даний час метод T-матриці і його модифікація широко використовуються при вирішенні завдань світлорозсіювання як могутній інструментарій. Головним недоліком T-матричного методу є тривалий час обчислення, який необхідний, для забезпечення точного розв'язку. Проте зараз ведуться роботи по поліпшенню чисельної стабільності методу ТММ.

Література

1. Мищенко М. И. Электромагнитное рассеяние в случайных дисперсных средах: фундаментальная теория и приложения. - Киев - Нью-Йорк – 2007.
2. Mishchenko M.I, Mackowski D. W., Travis L.D. Scattering of light by bispheres with touching and separated components // Appl. Optics. 1995.V. 34.№21. - P. 4589-4599.
3. Борен К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами / Пер. с англ. – М.: Мир, 1986. – 660 с.