ДИСКРЕТНА ФІЛЬТРАЦІЯ СИГНАЛІВ ЗА НАЯВНОСТІ ЕПІЗОДИЧНИХ ЗМІН ЇХ ПАРАМЕТРІВ

Воловик А. Ю., к.т.н., доц., Шутило М. А., ст. викл., Червак О. П., інж.
Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Україна

Вступ. Протягом останніх років методи калмановської фільтрації ефективно застосовувались для розв'язання значної кількості задач чисто практичного характеру. Серед цих задач часто траплялися задачі, пов’язані з проблемою вибору адекватної моделі. Наприклад, система що підлягала аналізу у цілому залишалась лінійною, проте містила незначні нелінійності. Ними, як правило, нехтували. Однак при переході до більш тривалих періодів роботи, ці нелінійності починали позначатися на точності оцінювання. Окрім того, зустрічаються лінійні системи дуже високої розмірності. У цьому випадку складові вищого порядку, з практичної точки , відносять до випадкових збурень системи. Ще однією проблемою може бути те, що на систему яка є по своїй фізичній суті лінійною, діє навколишнє середовище, унаслідок чого параметри системи можуть змінюватись непередбачуваним чином або у ній з'являються спорадичні несправності. Вони, у переважній більшості випадків, проявляються опосередковано у вигляді раптових стрибків, зсувів люфтів та тощо. У цьому напрямку, останнім часом, було виконано чимало робіт, головним чином пов’язаних з розробкою методів адаптивного оцінювання. У частині з них використовувались методи модифікації фільтрів Калмана з метою покращення чутливості до неврахованих збурень або похибок моделювання [1]. Інші, наприклад [2], опирались на методологію сукупного виявлення, оцінювання параметрів та їх ідентифікацію. Дана робота відноситься до тієї відносно невеликої кількості робіт [1,3], які безпосередньо стосуються проблеми оцінювання у присутності епізодичних раптових змін властивостей досліджуваного об’єкту.

Постанова задачі. Розглянемо лінійну дискретну динамічну систему, математична модель якої описується у термінах змінних станів

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{A}(k,k-1)\mathbf{x}(k-1) + \mathbf{B}(k,k-1)\mathbf{w}(k-1) + \delta(k,\theta)\Delta f; \tag{1}$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}(k)\mathbf{x}\big(k\big) + \mathbf{v}\big(k\big), \tag{2}$$

де введені наступні позначення: $\mathbf{x}(k)$ – вектор стану динамічної системи розмірності $(n\times 1)$, який має випадкове початкове значення $\mathbf{x}(0)$, розподілене за нормальним законом з параметрами $\mathbf{x}^{*}(0), \mathbf{P}(0)$; $\mathbf{w}(k)$ – вектор білого гаусового дискретного шуму, незалежного від $\mathbf{x}(k)$, розмірності $(p\times 1)$ з параметрами $\mathbf{M}\{\mathbf{w}(k)\}=0; \mathbf{M}\{\mathbf{w}(k)\mathbf{w}^{T}(k)\}=\mathbf{Q}(k)$; $\mathbf{y}(k)$ – вектор спостережень розмірності $(m\times 1)$; $\mathbf{v}(k)$ – вектор білого гаусового дискретного шуму розмірності $(m\times 1)$ з параметрами $\mathbf{M}\{\mathbf{v}(k)\}=0; \mathbf{M}\{\mathbf{v}(k)\mathbf{v}^{T}(k)\}=\mathbf{R}(k)$; $\delta(k,\theta)$ – дельта-символ Кронекера,

θ – ціле число, пов'язане з моментом появи стрибка, у разі відсутності стрибка прямує до $+\infty$; Δf – невідома амплітуда стрибка; $\mathbf{A}(k,k-1)$, $\mathbf{C}(k), \mathbf{B}(k,k-1)$ – системні матриці відповідних розмірностей. Задача полягає в тому, щоб знайти спосіб виявлення стрибка та оцінити вектор стану $\mathbf{x}(k)$ по мірі надходжень результатів спостережень $\mathbf{y}(k)$. У даній роботі розглядається лише перша частина задачі, а саме – виявлення стрибка.

Методика розв'язання задачі базується на припущенні, що раптові зміни властивостей системи трапляються епізодично. У такому разі базова модель системи є коректною, за винятком окремих моментів часу, коли з'являються аномальні зміни. Опираючись на ці припущення, на першому етапі стає можливим реалізувати класичну схему фільтра Калмана без врахування аномалій, а потім спроектувати другу частину, яка аналізує результати спостережень з метою виявлення раптових змін і наступною корекцією раніше отриманих оцінок. Уперше таке припущення згадувалось у [4]. У представленій роботі воно адаптовано до випадку аномалій у динаміці системи, а стохастичний варіант постанови задачі при аномаліях у каналі спостережень наведено у [5].

Припустимо, що гіпотезі H_0 відповідає ситуація, коли на інтервалі роботи системи раптових змін не сталося $\theta > k$, а її альтернативі – H_1 відповідає ситуація, що аномальні зміни сталися у момент часу $\theta \le k$. У цьому разі, згідно гіпотези H_0 реалізуємо класичну схему фільтрації по Калману:

$$\begin{gathered}\mathbf{x}_0^*(k/k) = \mathbf{x}_0^*(k/k-1) + \mathbf{K}_0(k)\mathbf{z}_0(k); \qquad \mathbf{Z}_0(k) = \mathbf{y}(k) - \mathbf{C}(k)\mathbf{x}_0^*(k/k-1);\\ \mathbf{K}_0(k) = \mathbf{P}_0(k/k-1)\mathbf{C}^T(k)\mathbf{P}_{\mathbf{z0}}(k); \quad \mathbf{P}_{\mathbf{z0}}(k) = \mathbf{C}(k)\mathbf{P}_0(k/k-1)\mathbf{C}^T(k) + \mathbf{R}(k);\\ \mathbf{P}_0(k/k-1) = \mathbf{A}(k,k-1)\mathbf{P}_0(k-1/k-1)\mathbf{A}^T(k,k-1) + \mathbf{B}(k,k-1)\mathbf{Q}(k-1)\mathbf{B}^T(k,k-1);\\ \mathbf{P}_0(k/k) = \mathbf{P}_0(k/k-1)\left[\mathbf{I} - \mathbf{K}_0(k)\mathbf{C}(k)\right].\end{gathered} \tag{3}$$

У разі справедливості гіпотези H_1 для лінійної системи стає можливим виразити інноваційний процес у вигляді явної функції від θ і Δf. Для цього введемо наступні позначення:

$$\begin{gathered}\mathbf{x}(k) = \mathbf{x}_0(k) + \mathbf{\Delta x}(k); \qquad \mathbf{x}(k/k) + \mathbf{x}_0^*(k/k) + \mathbf{\Delta x}(k/k);\\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{y}_0(k) + \Delta\mathbf{y}(k); \quad \mathbf{z}(k) = \mathbf{z}_0(k) + \Delta\mathbf{z}(k).\end{gathered}$$

Складові $\mathbf{x}_0(k), \mathbf{x}_0^*(k/k), \mathbf{y}_0(k), \mathbf{z}_0(k)$ відповідають гіпотезі H_0, а $\Delta\mathbf{x}(k), \Delta\mathbf{x}(k/k), \Delta\mathbf{y}(k), \Delta\mathbf{z}(k)$ обумовлені виключно впливом раптових змін у момент часу $\theta \le k$ (гіпотеза H_1). Методом індукції можна показати, що:

$$\begin{gathered}\Delta\mathbf{x}(k) = \Delta\mathbf{A}(k,\theta)\Delta f; \qquad \Delta\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}(k)\Delta\mathbf{A}(k,\theta)\Delta f.\\ \Delta\mathbf{x}(k/k) = \Delta\mathbf{F}(k,\theta)\Delta f; \qquad \Delta\mathbf{z}(k) = \Delta\mathbf{G}(k,\theta)\Delta f,\end{gathered} \tag{4}$$

де $\Delta\mathbf{F}(k,\theta)$, $\Delta\mathbf{A}(k,\theta)$, $\Delta\mathbf{G}(k,\theta)$ для усіх $k \le \theta$ обчислюються у рекурентній формі з наступних виразів:

$$\Delta\mathbf{A}(k,\theta) = \mathbf{A}(k,k-1)\Delta\mathbf{A}(k-1,\theta), \qquad \Delta\mathbf{A}(\theta,\theta) = \mathbf{I};$$

$$\Delta\mathbf{F}(k,\theta) = \sum_{j=\theta}^{k} \Delta\mathbf{S}(k,j)\mathbf{K}_0(j)\mathbf{C}(j)\Delta\mathbf{A}(j,\theta);$$

$$\Delta\mathbf{G}(k,\theta) = \mathbf{C}(k)\left[\Delta\mathbf{A}(k,\theta) - \mathbf{A}(k,k-1)\Delta\mathbf{F}(k-1,\theta)\right];$$

$$\Delta\mathbf{S}(k,\theta) = \left[\mathbf{I} - \mathbf{K_0}(k)\mathbf{C}(k)\right]\mathbf{A}(k,k-1)\Delta\mathbf{S}(k-1,\theta); \qquad \Delta\mathbf{S}(\theta,\theta) = \mathbf{I}. \quad (5)$$

Рівняння (4)–(5) дозволяють сформувати гіпотези H_0 і H_1 у формі

$$H_0 \;:\; \mathbf{z}(k) = \mathbf{z_0}(k) \quad \theta > k; \qquad H_1 \;:\; \mathbf{z}(k) = \mathbf{z_0}(k) + \Delta\mathbf{G}(k,\theta)\Delta f \quad \theta \le k.$$

Оскільки про величину Δf статистичних даних немає, то у якості тесту на перевірку гіпотез доцільно використовувати узагальнене відношення правдоподібності [6], тобто

$$\mathbf{L}(k) = \frac{p\left[\mathbf{z}(1),...,\mathbf{z}(k) / H_1, \theta = \theta^*(k), \Delta f = \Delta f^*(k)\right]}{p\left[\mathbf{z}(1),...,\mathbf{z}(k) / H_0\right]} \; \frac{> H_1}{\le H_0} \; l_0.$$

Висновок. При певних обмеженнях, актуальну задачу дискретної фільтрації за умови непередбачуваних змін у динаміці об'єкту вдалося звести до класичної задачі розпізнавання гіпотез на основі тесту узагальненого відношення правдоподібності.

Перелік посилань

1. Fault tolerant control: The 1997 situation / R. J. Patton //IFAC Symposium on Fault Detection Supervision and Safety for Technical Processes, SAFER PROCESS ‘97’.– Hull, UK,1997.–p. 1033–1055.

2. Lainiotis D.G. On joint detection, estimation and system identification: discrete data case / D. G. Lainiotis, S. K. Park // Int. J. Cont. – 1973.–Vol.17, №13.–P. 609–633.

3. Обнаружение изменения свойств сигналов и динамических систем / Бассвиль М., Вилски А., Банвентист А.; под ред. М. Бассвиль, А. Банвентиста.– М. :– Мир, 1989.–244с.

4. McAulay R. J., and Denlinger E.A. A Decision – Directed Adaptive Tracker / R.J. McAulay, E. A. Denlinger // IEEE Trans. On Aerospace and Electronic System, 1973. – Vol. AES-9, – P. 229–236.

5. Кичак В. М. Адаптивное оценивание сообщений в телеметрическом канале связи пораженном хаотической импульсной помехой / Кичак В. М., Воловик Ю. М., Воловик А. Ю. // Прикладная радиоэлектроника. –Харьков.– 2006.–Т.5, №2–С.279–283.

6. Ван Трис Г. Теория обнаружения оценок и модуляции / Г. Ван Трис; пер. с англ. Под ред. В. И. Тихонова. Т.1.– М.: Сов. Радио, 1972,– 744 с.

Анотація

Запропонована методика зведення актуальної задачі дискретної фільтрації з непередбачуваними змінами динаміки об'єкту до класичної задачі розпізнавання гіпотез з використанням тесту узагальненого відношення правдоподібності.

Ключові слова: фільтр Калмана, узагальнене відношення правдоподібності.

Аннотация

Предложена методика сведения актуальной задачи дискретной фильтрации с непредвиденными изменениями в динамике объекта к классической задаче распознавания гипотез с использованием обобщенного отношения правдоподобия.

Ключевые слова: фильтр Калмана, обобщенное отношение правдоподобия.

Abstract

The technique of data of an actual problem of a discrete filtration with unforeseen changes in dynamics of object to a classical problem of recognition of hypotheses with use of generalized likelihood ratio.

Keywords: Kalman filter, generalised likelihood ratio.