

## **ПОЛІНОМІАЛЬНІ АЛГОРИТМИ ОЦІНЮВАННЯ ДИСПЕРСІЇ КОРЕЛЬОВАНОЇ ЕКСЦЕСНОЇ ВИПАДКОВОЇ ПОСЛІДОВНОСТІ**

*Палагін В. В., д.т.н., доцент, Івченко О. В.*

*Черкаський державний технологічний університет, Черкаси, Україна*

Для ефективного оцінювання параметрів сигналів в радіотехнічних системах, системах зв'язку широко використовують методи статистичної обробки сигналів, що являють собою випадкові процеси. На практиці значного поширення набуло застосування стандартного нормального розподілу випадкових величин, яке в багатьох випадках унеможливує відображення реальних процесів з необхідною адекватністю. В реальних системах зв'язку в якості випадкових сигналів доцільно розглядати негаусові моделі сигналів, які більш адекватно відображають випадкові процеси [1]. В цьому випадку для оцінювання параметрів випадкових сигналів пропонується використовувати метод максимізації полінома [2], який добре себе зарекомендував для оцінювання параметрів при негаусовому розподілі сигналу. Вдосконалення існуючих методів обробки випадкових процесів пов'язані з врахуванням особливостей обробки негаусових процесів, в тому числі, врахуванням кореляційних зв'язків вибірових значень, що дозволяє підвищити точність оцінювання параметрів. Ефективним напрямком у теорії обробки негаусових величин є застосування адаптованого методу максимізації полінома для оцінювання параметрів корельованих випадкових послідовностей з використанням стохастичних поліномів степеня  $s$  [3].

Метою роботи є розширення класу математичних моделей випадкових величин та врахуванні особливостей обробки негаусових корельованих процесів, що дає можливість підвищити точність оцінювання параметрів досліджуваних величин при статистично залежних вибірових значеннях.

Нехай спостерігається вибірка обсягом  $n$  статистично залежних (корельованих) однаково розподілених вибірових значень  $\bar{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  з генеральної сукупності значень випадкового ергодичного процесу  $\xi$ .

Розглядається випадок, коли негаусовий ексцесний корельований випадковий процес з нульовим математичним сподіванням описується послідовністю кумулянтів у вигляді дисперсії  $\chi_2$ , коефіцієнта ексцесу  $\gamma_4$  і кумулянтної функції вищого порядку  $\chi_{11}$ , яка визначає кореляційний зв'язок між  $v$  і  $k$ -м вибіровими значеннями, який має експоненційний вид з масштабуючим коефіцієнтом  $A$ , а інші кумулянтні функції вищих порядків дорівнюють нулю. При цьому слід знайти оцінку  $\vartheta$  невідомого параметра  $\chi_2$  за умови апріорної визначеності параметрів  $\gamma_4$ ,  $\chi_{11}$ .

Для розв'язання поставленої задачі використано адаптований на випадок статистично залежних випадкових величин метод максимізації полінома [3].

Для даної випадкової послідовності відмінними від нуля є моментні функції:

$$\begin{aligned} m_{11} &= \chi_{11} = \chi_2 R_{v,k}, \quad m_{12} = 0, \quad m_{13} = 3\chi_2 \chi_{11}, \quad m_{14} = 0, \\ m_{15} &= 5\chi_4 \chi_{11} + 15\chi_{11} \chi_2^2, \quad m_{22} = \chi_2^2 + 2\chi_{11}^2, \quad m_{23} = 0, \\ m_{24} &= \chi_4 \chi_2 + 3\chi_2^3 + 12\chi_2 \chi_{11}^2, \quad m_{33} = 9\chi_2^2 \chi_{11} + 6\chi_{11}^3. \end{aligned}$$

Показано, що оцінка параметра  $\chi_2$  ексцесного корельованого випадкового процесу, що знаходиться з рівняння максимізації полінома другого і третього степеня має вид [3]:

$$\hat{\chi}_2 = \frac{\sum_{v=1}^n \frac{A_{v(22)}}{\chi_{11}^2 (2 + \gamma_4)^n} [x_v^2]}{\sum_{v=1}^n \frac{A_{v(22)}}{\chi_{11}^2 (2 + \gamma_4)^n}},$$

де  $A_{v(22)}$  — визначник, який отримується шляхом заміни 2-го стовпця матриці складеної з функцій  $K_{i,j}(\vartheta) = m_{ij} - \alpha_i \alpha_j$  ексцесної випадкової величини одиницями.

Аналіз виразу оцінки параметра  $\chi_2$  ексцесного корельованого випадкового процесу при степені стохастичного поліному  $s = 3$  показує співпадання з аналогічним виразом при  $s = 2$ , а значення асимптотичної дисперсії оцінки буде дорівнювати:

$$\sigma_{(\chi_2)^2}^2 = \sigma_{(\chi_2)^3}^2 = J_{2n}^{-1}(\vartheta),$$

де  $J_{2nz}(\vartheta)$  кількості добутої інформації про досліджуваний параметр має вид:

$$J_{2nz}(\vartheta) = J_{3nz}(\vartheta) = \frac{\sum_{v=1}^n A_{v(22)}}{2 \det |\chi_{11}^2|}.$$

При малих значеннях коефіцієнта кореляції ( $A \rightarrow \infty$ ) дисперсія оцінки прямує до дисперсії оцінки некорельованої випадкової величини.

Таким чином показано, що значення дисперсії оцінки параметра корельованої випадкової послідовності залежить від параметрів кореляції. З ростом степеня стохастичного полінома методу максимізації полінома дисперсії оцінки параметра випадкової послідовності зменшуються та залежать як від параметрів кореляції, так і від значення коефіцієнта ексцесу.

На рис. 1 наведена залежність дисперсії оцінки параметра  $\chi_2$  при степенях полінома  $s = 2, 3$  і  $s = 4$  від параметра  $A$  кореляційної функції при фіксованому значенні об'єму вибірки  $n = 500$  та коефіцієнта ексцесу  $\gamma_4$ .

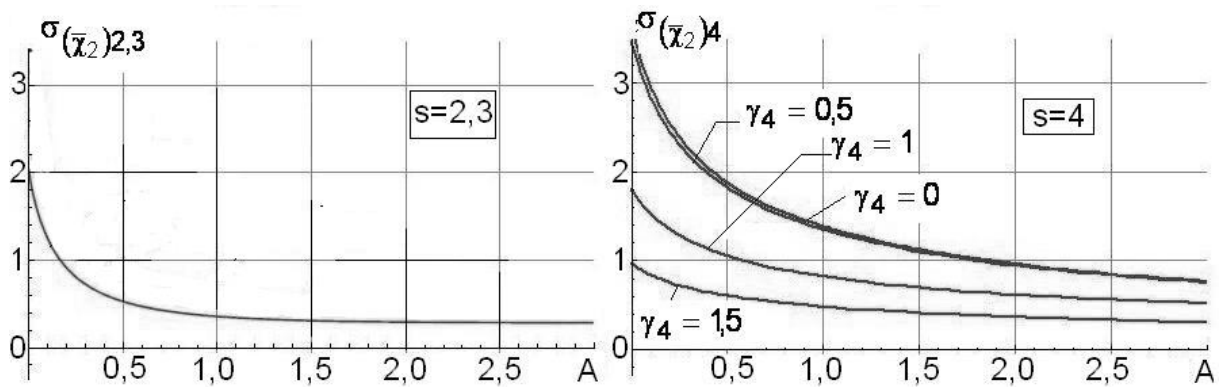


Рисунок 1. Залежність дисперсії оцінки параметра  $\chi_2$  ексцесної корельованої послідовності від параметра  $A$  кореляційної функції та коефіцієнта ексцесу  $\gamma_4$  при фіксованому значенні об'єму вибірки  $n = 500$

### Література

1. Шелухин О. И. Негауссовские процессы в радиотехнике / О. И. Шелухин. — М. : Радио и связь, 1998. — 310 с.
2. Kunchenko Y. P. Polynomial Parameter Estimations of Close to Gaussian Random variables / Y. P. Kunchenko — Germany, Aachen: Shaker Verlag, 2002. — 396 p.
3. Палагін В. В. Адаптація методу максимізації полінома для оцінки параметрів випадкових величин за статистично-залежною вибіркою / В. В. Палагін, О. В. Івченко // Збірник наукових праць «Системи обробки інформації». — Харків. — 2009. — №2(76). — С. 118—123

### Анотація

Представлений розв'язок задачі по знаходженню оцінки параметрів негаусових ексцесних корельованих випадкових величин при моментно-кумулянтному описі. Наведено синтез та аналіз алгоритмів оцінювання при застосуванні адаптованого методу максимізації полінома.

Ключові слова: оцінка параметрів корельованих негаусових випадкових величин.

### Аннотация

Представлено решение задачи по нахождению оценки параметров негауссовых эксцесных коррелированных случайных величин при моментно-кумулянтном описании. Приведены синтез и анализ алгоритмов оценивания при применении адаптированного метода максимизации полинома.

Ключевые слова: оценка параметров коррелированных негауссовых случайных величин.

### Abstract

A solution to the problem of finding non-Gaussian parameter estimates of correlated random variables with moment-cumulant description. Shows the synthesis and analysis of algorithms for estimating the application of the adapted method of maximizing the polynomial.

Keywords: Estimation of parameters, sample, non-Gaussian random variable correlation.