СПЕКТРАЛЬНИЙ МЕТОД АНАЛІЗУ СИГНАЛІВ З ВИКОРИСТАННЯМ ВЕЙВЛЕТ-ПЕРЕТВОРЕНЬ

Бортник Г. Г., кандидат технічних наук, доцент;
Стальченко О. В.
Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Україна

Спектральні методи аналізу сигналів на базі дискретного перетворення Фур’є (ДПФ) є ефективними при дослідженні сигналів, що відносяться до класу періодичних коливань. При аналізі неперіодичних сигналів ефективність ДПФ знижується і при цьому зростають похибки оцінювання параметрів досліджуваних процесів. Для подолання цієї проблеми останнім часом було запропоновано новий підхід, на базі якого виник новий напрямок в теорії сигналів — вейвлет-аналіз. Існуючі методи вейвлет-аналізу, незважаючи на їх високу інформативність та здатність до оцінювання широкого класу сигналів, характеризуються складністю реалізації та неможливістю оцінювання спектрів сигналів у традиційному базисі ДПФ [1].

Метою роботи є підвищення ефективності спектрального аналізу сигналів за рахунок комплексного використання ДПФ та вейвлет-перетворень.

Як відомо, спектральну щільність потужності (СЩП) дискретних відліків $x(n)$ сигналу можна визначити за допомогою виразу [2]:

$$S(k)=\left|\sum_{n=0}^{N-1} x(n)\cdot e^{-j\frac{2\pi nk}{N}}\right|^2=\left|X(k)\right|^2 .$$

Для згладжування вибіркового спектра створюється псевдоансамбль періодограм за рахунок розділення вхідної послідовності обсягом N відліків на P неперекривних сегментів по M відліків у кожному, так що $M\cdot P\le N$. Тоді p-й сегмент буде містити такі відліки:

$$X_P(n)=x[n+P\cdot M] .$$

Для кожного з сегментів $0\le p\le P-1$ визначається вибірковий спектр

$$S_P(k)=\left|\sum_{n=0}^{M-1} x_P(n)\cdot e^{-j\frac{2\pi nK}{M}}\right|^2 .$$

Потім на кожній частоті виконується P окремих усереднень. Таким чином, оцінка СЩП методом згладжування періодограм має вигляд:

$$S(k)=\frac{1}{P}\sum_{p=0}^{P-1}\left|\sum_{n=0}^{M-1} x_P(n)\cdot e^{-j\frac{2\pi nk}{M}}\right|^2 .$$

Статистична стійкість такої спектральної оцінки залежить від кількості сегментів P. Якщо відповідні відліки сигналу у сегментах статистично незалежні, то зі збільшенням числа оброблюваних сегментів дисперсія СЩП зменшується.

З метою підвищення частотно-часової локалізації досліджуваних спектрів визначаються дискретні значення амплітудної вейвлет-функції:

$$W_A(a_i, b_j) = \frac{1}{n(a_i, b_j)} \sum_{k=0}^{N-1} x_k^0 \Psi^* \left(\frac{t_k - b_j}{a_i} \right),$$

$$n(a_i, b_j) = \sum_{k=0}^{N-1} \exp\left(-\frac{1}{B} \left(\frac{t_k - b_j}{a_i} \right)^2 \right).$$

У цих формулах $\Psi(\mathrm{t})$ — заданий вейвлет. Так для вейвлета Морле з параметром α^2 [1]

$$\Psi(t) = e^{-t^2/\alpha^2} e^{i2\pi t}.$$

Окрім індивідуальної форми вейвлет також має характерний розмір, який при фіксованому значені масштабного коефіцієнта визначається як

$$d_a = 2\Delta_t a,$$

де Δ_t — радіус вейвлета.

Умови відповідності розмірів вейвлета та граничних періодів гармонічних компонентів такі:

$$2\Delta_t a_{\min} = P_{\min}; \quad 2\Delta_t a_{\max} = P_{\max}.$$

Відповідно з цим обирається найбільше та найменше значення масштабного коефіцієнта для вейвлета Морле:

$$a_{\min} = \frac{2\Delta t}{\alpha};$$

$$a_{\max} = \frac{(N-1)\Delta t}{\alpha}.$$

Крок дискретизації визначається за наступним виразом:

$$\Delta a = \frac{a_{\max} - a_{\min}}{N_a - 1}.$$

Тоді дискретні значення масштабних коефіцієнтів будуть наступні:

$$a_i = a_{\min} + \Delta a i, \quad i = 0,1,\dots,N_a - 1.$$

Потім виконується оцінювання окремого спектра енергії, тобто знаходиться значення скалограми для кожного вузла сітки:

$$S(a_i, b_j) = \left| W_A(a_i, b_j) \right|^2.$$

Для зображення значень скалограми $S(a_i, b_j)$ використовується представлення поверхні у тривимірному просторі координат. Зменшення впливу контурів можна забезпечити, виділивши ті точки скалограми, в яких вона має максимуми за змінними a і b:

$$S_c(a_i, b_j) = \begin{cases} S_{ij}, \text{ якщо } S_{i-1,j} < S_{ij} > S_{i+1,j} \\ \quad \text{або} \qquad S_{i,j-1} < S_{ij} > S_{i,j+1} \\ 0, \quad \text{в інших випадках.} \end{cases}$$

Ця функція називається скелетоном. Потім визначається скейлограма, яка є аналогом згладженої періодограми у Фур'є-аналізі:

$$G_i = \frac{1}{N_b - 2J_a^*} \sum_{j=J_a^*}^{N_b - J_a^* - 1} S(a_i, b_j), \quad i = 0, \ldots, N_a - 1,$$

де J_a^* — радіус вейвлета, який відповідає поточному значенню масштабу a.

Запропонований метод спектрального аналізу сигналів дає можливість отримати спектральні оцінки у базисі Фур'є, а також завдяки високій локалізації вейвлетів у часовій та частотній області, створює умови для дослідження широкого класу неперіодичних сигналів.

Література

1. Мала С. Вейвлеты в обработке сигналов: пер. с англ. / С. Мала. — М. : Мир, 2005. — 671 с. — ISBN 5-03-003691-1.

2. Марпл-мл. С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения: пер. с англ. / С. Л. Марпл-мл. — М. : Мир, 1990. — 584 с. — ISBN 5-03-001191-9.

Анотація

Наведено метод підвищення ефективності спектрального аналізу сигналів за рахунок комплексного використання дискретного перетворення Фур'є та вейвлет-перетворень. Представлений метод дає можливість отримати спектральні оцінки у базисі Фур'є, а також завдяки високій локалізації вейвлетів у часовій та частотній області, створює умови для дослідження широкого класу неперіодичних сигналів.

Ключові слова: періодограма, вейвлет-перетворення, скалограма, скелетон.

Аннотация

Приведен метод повышения эффективности спектрального анализа сигналов за счет комплексного использования дискретного преобразования Фурье и вейвлет-преобразований. Представленный метод дает возможность получить спектральные оценки в базисе Фурье, а также благодаря высокой локализации вейвлетов во временной и частотной области, создает условия для исследования широкого класса непериодических сигналов.

Ключевые слова: вейвлет-преобразование, скалограмма, скелетон.

Abstract

A method for increasing the efficiency of spectral analysis of signals through the integrated use of the discrete Fourier transform and wavelet transforms. The presented method makes it possible to obtain spectral estimates in the Fourier basis, as well as due to the high localization of wavelets in the time and frequency domain, creates conditions for the study of a wide class of non-periodic signals.

Keywords: wavelet transform scalogramm, skeleton.