ФОРМУВАННЯ ОБЕРНЕНОЇ МАТРИЦІ ДЕГРАДАЦІЇ ОБРАЗУ В ОБЛАСТІ ТРАНСФОРМАНТ АДАМАРА

Рибін О. І., д.т.н. професор, Іванюк Н. О., асистент
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут», м. Київ, Україна

Умовна деконволюція образу в натуральних координатах — це метод реставрації, що полягає в обчисленні оцінки образу на базі апріорної інформації про імпульсну характеристику системи відображення при виконанні двох умов: «гладкості» результуючої оцінки та не перевищення енергії шуму в реставрованому образі енергії шуму в образі спотвореному [1]. Оцінка реставрованого образу, у випадку одновимірного образу, може бути отримана за виразом

$$\hat{f} = \left[\overline{\overline{G}}^{T} \times \overline{\overline{G}} + \frac{1}{\lambda} \times \overline{\overline{c}}^{T} \times \overline{\overline{c}} \right]^{-1} \times \overline{\overline{G}}^{T} \times \overline{L}, \tag{1}$$

де $\hat{f}$ — шукана оцінка розміру $N \times 1$; $\overline{\overline{G}}$ — матричний оператор дискретної згортки; $\overline{\overline{c}}$ — матричний дискретний оператор умови «гладкості» оцінки; $\overline{L}$ — стовпець відліків деградованого образу; λ — коефіцієнт варіації Лагранжа; T — знак транспонування.

Для здійснення формального переходу від (1) до виразу для оцінки спектру в області ортогональних перетворень, достатньо просто помножити певним чином матричні оператори виразу (1) на нормовані оператори обраного ортогонального перетворення $\overline{\overline{W}}_H$ та $\overline{\overline{W}}_H^{*T}$ і отримати

$$\overline{\overline{W}}_H \times \hat{f} = \overline{\overline{W}}_H \times \left[\overline{\overline{G}}^{T} \times \overline{\overline{G}} + \frac{1}{\lambda} \times \overline{\overline{c}}^{T} \times \overline{\overline{c}} \right]^{-1} \times \overline{\overline{W}}_H^{*T} \times \overline{\overline{W}}_H \times \overline{\overline{G}}^{T} \times \overline{\overline{W}}_H^{*T} \times \overline{\overline{W}}_H \times \overline{L} =$$

$$\hat{f}_{\xi} = \left[\overline{\overline{W}}_H \times \overline{\overline{G}}^{T} \times \overline{\overline{G}} \times \overline{\overline{W}}_H^{*T} + \frac{1}{\lambda} \times \overline{\overline{W}}_H \times \overline{\overline{c}}^{T} \times \overline{\overline{c}} \times \overline{\overline{W}}_H^{*T} \right]^{-1} \times \overline{\overline{W}}_H \times \overline{\overline{G}}^{T} \times \overline{\overline{W}}_H^{*T} \times \overline{L}_{\xi}.$$

Звідки

$$\hat{f}_{\xi} = \left[\overline{\overline{G}}_{2\xi} + \frac{1}{\lambda} \times \overline{\overline{c}}_{2\xi} \right]^{-1} \times \overline{\overline{G}}_{2\xi}^{T} \times \overline{L}. \tag{2}$$

Для спектрів перетворення Адамара вираз (2) приймає вигляд

$$\hat{f}_{Had} = \left[\overline{\overline{G}}_{2Had} + \frac{1}{\lambda} \times \overline{\overline{c}}_{2Had} \right]^{-1} \times \overline{\overline{G}}_{1Had}^{T} \times \overline{L}_{Had} \tag{3}$$

Отримані матриці $\overline{\overline{G}}_{2Had}$ та $\overline{\overline{c}}_{2Had}$ формуються за допомогою символьного алгоритму [2], який легко програмується, що значно дозволяє зекономити час на проведені обчислень. Але формування матриці $\overline{\overline{G}}_{2Had}$ не є основною задачею при знаходженні реставрованого образу. Для вирішення задачі реставрації образу необхідно знайти обернену матрицю $\left[\overline{\overline{G}}_{2Had} + \frac{1}{\lambda} \times \overset{=}{c}_{2Had}\right]$ в (3) при різних значеннях коефіцієнта варіації λ. Обчислення оберненої матриці деградації образу становить найбільш складну задачу. Для її вирішення представимо нормований матричний оператор Фур'є у вигляді добутку двох матричних операторів

$$\overline{\overline{F}}_H = \overline{\overline{P}}^T \times \overline{\overline{Had}}_H ; \overline{\overline{F}}_H = \overline{\overline{Had}}_H \times \overline{\overline{P}}^* ; \quad \overline{\overline{P}}^T = \overline{\overline{F}}_H \times \overline{\overline{Had}}_H ; \overline{\overline{P}}^* = \overline{\overline{Had}}_H \times \overline{\overline{F}}_H .$$

Якщо знайти прості символьні залежності для формування матриці $\overline{\overline{P}}$, то для легко програмованих матриць $\overline{\overline{G}}_{2Had}$ та $\overset{=}{c}_{2Had}$ знайти символьні залежності добутків, які мають вигляд діагональних матриць не буде складно. Переставленням стовпців матриця $\overline{\overline{P}}^T$ зводиться до блочно-діагональної. Тоді кожен блок діагоналі цієї матриці та спряженої транспонованої слід помножити праворуч та ліворуч на відповідний до нього блок діагоналі матриць $\overline{\overline{G}}_{2Had}$, $\overset{=}{c}_{2Had}$, $\overline{\overline{G}}_{1Had}$. Результатом такого множення буде діагональна матриця $\overline{\overline{A}}$. Отриману діагональну матрицю обернемо обчисленням зворотних значень елементів діагоналі. Для отримання оберненої матриці деградації образу діагональну обернену матрицю слід помножити на $\overline{\overline{P}}^T$, $\overline{\overline{P}}^*$, тобто

$$(\overline{\overline{G}}_{\sum Had}(\lambda))^{-1} = \overline{\overline{P}}^* \times \overline{\overline{A}}^{-1} \times \overline{\overline{P}}^T$$

(де $(\overline{\overline{G}}_{\sum Had}(\lambda))^{-1} = \left[\overline{\overline{G}}_{2Had} + \frac{1}{\lambda} \times \overset{=}{c}_{2Had}\right]^{-1}$ — обернена матриця деградації образу; $\overline{\overline{A}}^{-1}$ — обернена діагональна матриця) і знову отримати, але вже обернену блочно-діагональну матрицю в (3).

Висновки:

Застосований символьний алгоритм для формування та обчислення матриць $\overline{\overline{G}}_{2Had}$, $\overset{=}{c}_{2Had}$ та $\overline{\overline{P}}^T$ є досить простим і зменшує накопичення великої похибки. Метод використаний для знаходження оберненої матриці деградації образу значно спрощує та пришвидшує її обчислення.

Література

1. Jan Jiří. Číslicova filtrace, analŷza a restaurace signlů / Jan Jiří. — VUT v BRNĚ. — 1997.— 438s.

2. Рибін О. І. Умовна деконволюція в області трансформант Фур'є. Побудова оберненої матриці деградації образу / О. І. Рибін, Н. О. Іванюк // Вісник НТУУ «КПІ» Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування. — 2012. — № 50.— С. 21 — 29.