МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДАЧ НА ГРАФАХ ПРИ ПРОЕКТУВАННІ РЕА

Гліненко Л. К., к.т.н., доц., Фаст В. М., к.т.н., доц.,
Національний університет «Львівська політехніка», м. Львів, Україна

До задач на графах зводяться задачі мінімізації довжини джгутів у блоках та стояках РЕА, пошуку оптимального переміщення головки маніпулятора, що встановлює поверхневі компоненти на друкованих платах, оптимізації довжини телекомунікаційних мереж та багато інших. Розповсюдженість таких задач висуває вимогу оперативного їх розв’язання за допомогою доступного і простого у використанні програмного забезпечення, що робить актуальним дослідження можливостей застосування для комп’ютерної підтримки їх розв’язання пакету *MS Excel*.

Можливості надбудови *Solver* (Пошук рішення) *MS Excel* 7.0 — 2010 з підтримки розв’язання екстремальних задач на графах розглядаються у [1, 2], проте запропоновані варіанти моделювання цих задач у вигляді традиційної транзитної транспортної задачі є некоректними унаслідок непідтримки при реалізації симплекс методу у *Solver* умови зв’язності графа. Метою даної роботи є дослідження ефективних способів розв’язання екстремальних задач на графах у *MS Excel Solver* на основі застосування відповідних аналітичних представлень графа.

У запропонованому підході для встановлення обмежень зв’язності остаточного графа та балансу потоків використовуються властивості табличного представлення структури шуканої остаточної частини графа таблицею змінних, яка після знаходження шуканих значень x_{ij} може розглядатися як фрагмент його матриці суміжності.

Від матриці суміжності заповнена таблиця змінних відрізнятиметься відсутністю стовпців та рядків, що відповідають справжнім пунктам пропозиції та попиту відповідно, проте, за очевидної відсутності у маршруті ребер типу «петля», даного фрагменту матриці суміжності достатньо для однозначного задання структури маршруту перевезень. Тоді аналогічним способом сформований фрагмент матриці суміжності вихідного графа, у якому виключені стовпці та рядки, що відповідають справжнім пунктам пропозиції та попиту відповідно, буде однозначно задавати структуру вихідного графа, оскільки у ньому буде втрачена лише інформація про комірки K_{ii} та K_{jj}, де i, j — номери вершин графа, що відповідають справжнім пунктам пропозиції та попиту. За відсутності ребер типу «петля» значення цих комірок завжди будуть нульовими.

Якщо такий фрагмент матриці суміжності, для якого ми пропонуємо назву «редукованої матриці суміжності», сформувати, розставивши рядки і стовпці, що відповідають пунктам пропозиції, попиту і транзиту, у тому ж порядку, що і у транспортній таблиці та у матриці невідомих, то отримана матриця задаватиме обмеження на структуру не лише вихідного, а і остаточного графа, знаходження якого є метою задачі. Якщо позначити K_{gh} значення комірки редукованої матриці суміжності, яка відповідає перетину g-го рядка, який відповідає g-й вершині графа, і h-го стовпця, який відповідає h-й вершині графа, а X_{gh} - значення відповідної комірки матриці змінних, то обмеження на структуру остаточного графа прийме вигляд:

$$X_{gh} = \begin{cases} X_{gh} = 0 & якщо \quad K_{gh} = 0 \\ X_{gh} \geq 0 & якщо \quad K_{gh} \neq 0 \end{cases}. \tag{1}$$

Реалізувати це обмеження на аркуші Excel можна двома способами:

1) якщо у редуковану матрицю суміжності вихідного графа на перетині стовпця і рядка, що відповідають суміжним вершинам вихідного графа, замість 1 вводити максимально можливий обсяг перевезень через довільний пункт X_{max}, то у модель задачі додасться обмеження:

$$X_{gh} \leq K_{gh}, \tag{2}$$

яке разом з початковим обмеженням $X_{gh} \geq 0$ забезпечує виконання обмеження структури графа. Аналогічний результат може бути отриманий домноженням редукованої традиційної матриці суміжності графа на X_{max}:

$$X_{max} = max\{\, B; a_{it}^{max} + B; b_{jt}^{max} + B \,\}, \tag{3}$$

де a_{it}^{max}, b_{jt}^{max} — максимальні обсяги пропозиції та попиту у транзитних пунктах пропозиції та попиту для випадку, коли транзитними є не лише проміжні, але й кінцеві пункти пропозиції чи попиту; B — обсяг буфера;

2) якщо редукована матриця суміжності задається традиційно, і K_{gh} приймає значення з множини булевих змінних $0 \vee 1$, то на змінні X_{gh} має накладатися додаткове обмеження $X_{gh} = 0$ для всіх $K_{gh} = 0$, яке досягається без використання функції «ЕСЛИ» множенням комірок матриці невідомих на відповідні комірки редукованої матриці суміжності вихідного графа.

Умова балансу потоків реалізується у моделі задачі на аркуші *Excel* через умову рівності сум по рядках і стовпцях таблиці невідомих, які відповідають тим самим транзитним пунктам; для транзитних пунктів попиту різниця між вхідними та вихідними потоками має дорівнювати відповідним обсягам попиту, для транзитних пунктів пропозиції обсягу пропозиції має дорівнювати різниця між вихідними і вхідними потоками. Таке представлення графа придатне для розв'язання задач на пошук мінімального шляху та мінімального покриття графа.

Література

1. Кузьмичов А. І. Математичне програмування в Excel: Навч. посіб. / А. І. Кузьмичов, М. Г. Медведєв. — К. : Вид-во Європ. Ун-ту, 2005 — 320 с.

2. Critical Path [Електронний ресурс] / Режим доступу: http://exsolver.narod.ru/NFP/NFP_short_way.html. — Назва з екрана.